

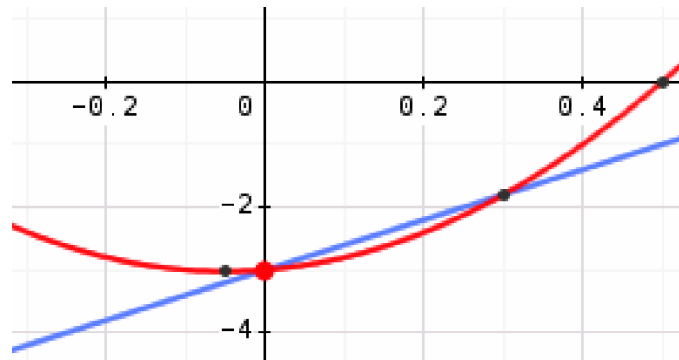
Corrigé

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (5x + 3)(2x - 1)$ et $g(x) = 4x - 3$.

On s'intéresse à l'équation $f(x) = g(x)$ et à l'inéquation $f(x) < g(x)$.

1) Méthode graphique.

a) Représentations graphiques des fonctions f et g .



- b) Graphiquement, les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection des courbes représentatives des fonctions f et g .
- c) Graphiquement, les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont 0 et $s \sim 0.3$.
- d) Graphiquement, les solutions de l'inéquation $f(x) < g(x)$ sont les abscisses des points de la courbe représentative de la fonction f qui sont strictement au-dessous de la courbe représentative de la fonction g .
- e) Graphiquement, l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) < g(x)$ est l'intervalle $]0; s[$ avec $s \sim 0.3$.

2) Méthode calculatoire

- a) Montrons que l'équation $f(x) = g(x)$ est équivalente à l'équation $x(10x - 3) = 0$.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow (5x + 3)(2x - 1) = 4x - 3$$

$$\Leftrightarrow 5x \times 2x + 5x \times (-1) + 3 \times 2x + 3 \times (-1) = 4x - 3$$

$$\Leftrightarrow 10x^2 - 5x + 6x - 3 = 4x - 3$$

$$\Leftrightarrow 10x^2 + x - 3 = 4x - 3$$

$$\Leftrightarrow 10x^2 + x - 3 - 4x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 10x^2 - 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(10x - 3) = 0$$

b) Déterminons l'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = g(x)$.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x(10x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } 10x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } 10x = 3$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{3}{10}$$

L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ est $\{0; \frac{3}{10}\}$.

c) Montrons que l'inéquation $f(x) < g(x)$ est équivalente à l'inéquation $x(10x - 3) < 0$.

$$f(x) < g(x) \Leftrightarrow (5x + 3)(2x - 1) < 4x - 3$$

$$\Leftrightarrow 5x \times 2x + 5x \times (-1) + 3 \times 2x + 3 \times (-1) < 4x - 3$$

$$\Leftrightarrow 10x^2 - 5x + 6x - 3 < 4x - 3$$

$$\Leftrightarrow 10x^2 + x - 3 < 4x - 3$$

$$\Leftrightarrow 10x^2 + x - 3 - 4x + 3 < 0$$

$$\Leftrightarrow 10x^2 - 3x < 0$$

$$\Leftrightarrow x(10x - 3) < 0$$

d) Dressons le tableau de signes de $x(10x - 3)$.

On a $10x - 3 \geq 0$ lorsque $10x \geq 3$, soit $x \geq \frac{3}{10}$.

Par suite

x	$-\infty$	0	$\frac{3}{10}$	$+\infty$
x	$-$	0	$+$	$+$
$10x - 3$	$-$	$-$	0	$+$
$x(10x - 3)$	$+$	0	$-$	$+$

e) Déterminons l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) < g(x)$.

D'après le tableau de signes précédent

$$\begin{aligned}
 f(x) < g(x) &\Leftrightarrow x(10x - 3) < 0 \\
 &\Leftrightarrow 0 < x < \frac{3}{10}
 \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) < g(x)$ est $]0; \frac{3}{10}[$.